Постоянная C_3 не зависит от области в случае, когда $\Phi(x,\xi) = |\xi|$, $\sigma(x) \equiv 1$. Теорема остается справедливой, если $d(x,y) = |x-y|$, причем от предположения (2) можно отказаться. Доказательство теоремы основано на получении изопериметрического неравенства для финслеровой метрики.

О. Н. Григорьева

Казань, OlgaGrigorjeva@yandex.ru

СПЛАЙН-МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДРОБНО-ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассматриваются уравнения с выделенной слабой сингулярностью в виде дробного интеграла Вейля

$$Ax \equiv x(t) + I_{\pm}^{(\alpha)}(x,t) + \int_0^{2\pi} h(t,\tau)x(\tau)d\tau = f(t), \tag{1}$$

где $x(t)$ — искомая функция, $I_{\pm}^{(\alpha)}(x,t)$ — дробный интеграл Вейля от функции $x(t)$ (см., например, [1]), $f(t)$ и $h(t,\tau)$ — известные 2π-периодические функции.

Поскольку уравнение (1) точно не решается, то для его решения необходимо разработать различные приближенные методы. Ниже задача (1) решается методом сплайн-коллокаций (см., например, [2]) на основе сплайнов первого порядка.

Введем сетку узлов

$$t_k = \frac{2k\pi}{2n+1}, \quad k = \overline{-n,n}. \tag{2}$$

Приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде 2π-периодического сплайна

$$x_n(t) = \sum_{k=-n}^{n} \alpha_k \varphi_k(t), \quad -\infty < t < \infty, \tag{3}$$

где $\varphi_k(t)$ — фундаментальные сплайны первой степени с узлами (2). Неизвестные коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \dots \alpha_n$ определим из условий

$$A(x_n; t_j) = f(t_j), \quad j = \overline{-n, n}. \tag{4}$$

Ясно, что условия (4) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов α_k.

Теорема. *Пусть функции f, h непрерывны, $\alpha < 1$ и уравнение* (1) *однозначно разрешимо. Тогда система уравнений* (4) *однозначно разрешима при достаточно больших n. Приближенные решения $x_n^*(t)$, полученные методом сплайн-коллокаций* (2) - (4), *сходятся к точному решению $x^*(t)$ со скоростью*

$$\|x^* - x_n^*\| = O\left(\frac{1}{n^{1-\alpha}} + E_n^t(h) + E_n^\tau(h) + E_n(f)\right),$$

где $E_n(f)$ означает наилучшее приближение функции $f(t)$ сплайнами вида (3), *а $E_n^t(h)$ и $E_n^\tau(h)$ — соответствующие частные наилучшие приближения функции $h(t, \tau)$ по переменным t и τ соответственно.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. *Интегралы и производные дробного порядка и некоторые приложения.* – Минск: Наука и техника, 1985. – 885 с.

2. Габдулхаев Б. Г. *Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1994. – 288 с.